

# Chapitre VI : Cristallographie

## Plan :

\*\*\*\*\*

|                                                                                             |          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>II- Systèmes cristallins</b>                                                             | <b>2</b> |
| 1- Notions sur les réseaux de Bravais (complément de cours)                                 | 2        |
| 2- Définitions : <i>motif, réseau, maille élémentaire</i>                                   | 3        |
| a- <i>Motif</i>                                                                             | 3        |
| b- <i>Réseau</i>                                                                            | 3        |
| c- <i>Maille conventionnelle</i>                                                            | 4        |
| 3- Nombre de motifs par maille                                                              | 4        |
| 4- Mailles de Bravais                                                                       | 5        |
| a- <i>Mode simple ou primitif P</i>                                                         | 5        |
| b- <i>Mode centré, de symbole I</i>                                                         | 5        |
| c- <i>Mode à base centrée, de symbole S</i>                                                 | 5        |
| d- <i>Mode à faces centrées, de symbole F</i>                                               | 5        |
| 5- Autres définitions                                                                       | 5        |
| a- <i>Famille cristalline</i>                                                               | 5        |
| b- <i>Coordinence</i>                                                                       | 6        |
| c- <i>Compacité</i>                                                                         | 6        |
| d- <i>Sites interstitiels cristallographiques</i>                                           | 6        |
| <b>III- Empilement compact, pseudo-compact et non compact</b>                               | <b>8</b> |
| 1- Empilements compacts                                                                     | 8        |
| a- <i>Empilement de sphères jointives</i>                                                   | 8        |
| b- <i>Plan d'empilement de sphères jointives</i>                                            | 8        |
| c- <i>Empilement ABAB ou ABCABC</i>                                                         | 8        |
| 2- Structure cubique à faces centrées ou cfc : <i>empilement ABCABC</i>                     | 9        |
| a- <i>Maille conventionnelle cubique faces centrées</i>                                     | 9        |
| b- <i>Caractéristiques de la structure cfc</i>                                              | 10       |
| c- <i>Sites interstitiels octaédriques et tétraédriques de la structure cfc</i>             | 10       |
| 3- Structure hexagonale compacte ou hc                                                      | 12       |
| a- <i>Maille conventionnelle hc</i>                                                         | 12       |
| b- <i>Caractéristiques de la structure hc</i>                                               | 12       |
| c- <i>Sites interstitiels octaédriques et tétraédriques de la structure hc (complément)</i> | 13       |
| 4- Empilements pseudo-compact : <i>cubique centré</i>                                       | 14       |
| a- <i>Maille conventionnelle cubique centrée ou cc</i>                                      | 14       |
| b- <i>Caractéristiques de la structure cc</i>                                               | 14       |
| 5- Empilements non compacts : <i>carbone diamant et carbone graphite</i>                    | 15       |
| a- <i>Maille conventionnelle Carbone diamant</i>                                            | 15       |
| b- <i>Maille conventionnelle Carbone graphite</i>                                           | 16       |

\*\*\*\*\*

# Chapitre VI : Cristallographie

L'objet de ce paragraphe de cours est de donner une description de l'empilement *compact*, *pseudo-compact* et *non compactes* pouvant être observés pour des solides métalliques, covalents ou moléculaires.

Les atomes ou les molécules constituant le solide cristallin métallique, covalents ou moléculaires supposé *parfait* seront supposés être des sphères *dures et indéformables*.

Différentes structures sont à connaître :

- Pour les structures *compactes* où l'empilement des sphères dans une portion de l'espace est maximale :
  - *cubique faces centrées ou cfc*
  - et *hexagonale compacte ou hc* ;
- Pour les structures *pseudo-compactes* :
  - *cubique centrée* ;
- Pour les structures *non compactes* :
  - *carbone diamant*
  - et *carbone graphite* ;

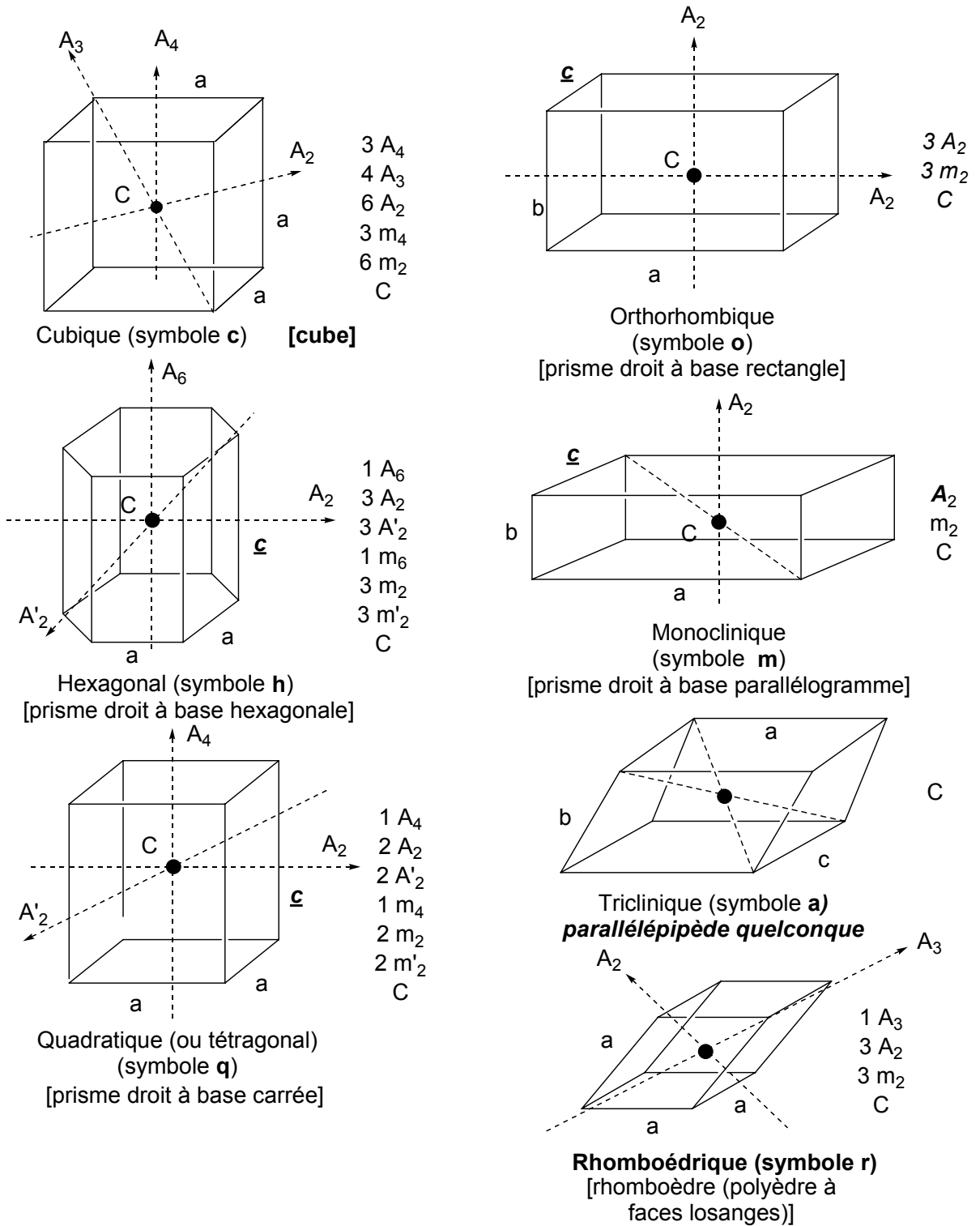
Les notions de *coordination*, de *compacité*, de *nombre de motifs* et de *maille conventionnelle* sont à connaître....

## II- Systèmes cristallins

### 1- Notions sur les réseaux de Bravais (complément de cours)

A l'échelle macroscopique, la symétrie des cristaux se ramène à celle des polyèdres dont les seuls éléments de symétrie sont des **axes  $A_n$** , invariance par rotation autour de l'axe  $A_n$  de  $2\pi/n$ , des **miroirs  $m$**  et un **centre de symétrie  $C$** .

L'association de ces divers éléments conduit à 7 combinaisons possibles, définissant *sept systèmes cristallins* :



**Figure : Systèmes cristallins**

## 2- Définitions : motif, réseau, maille élémentaire

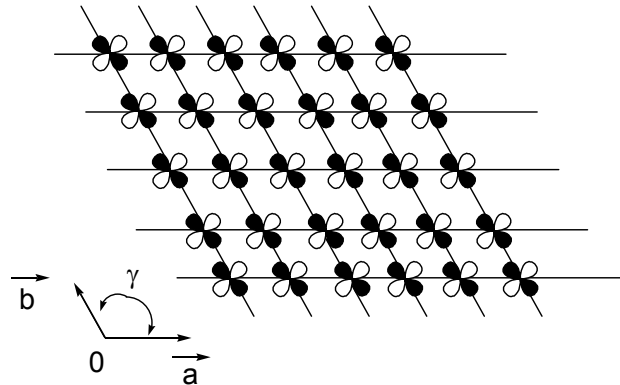
### a- Motif

Entité volumique discernable qui se répète périodiquement. Pour un cristal, à l'échelle microscopique, le motif est une particule (atome, ion ou molécule).

### b- Réseau

Toute translation de vecteur  $\vec{t} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$  (avec  $m$ ,  $n$  et  $p$  entiers) amène le système en coïncidence avec lui-même.

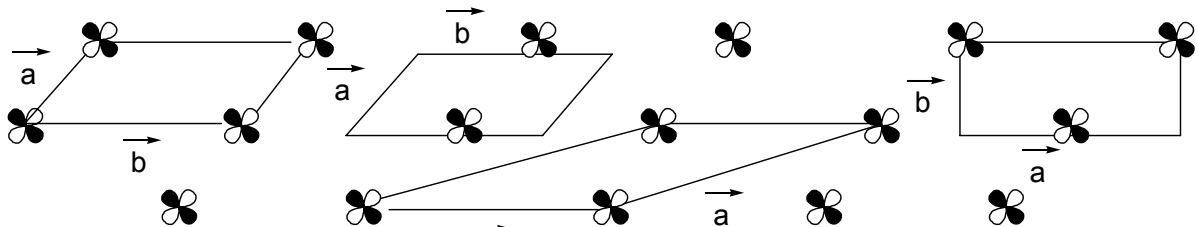
A partir d'un point O choisi arbitrairement comme origine, toute translation de vecteur  $\vec{t}$  définit un ensemble de points, appelés nœuds, qui constituent le réseau.



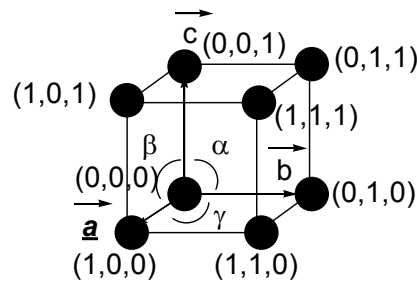
**Figure : Structure périodique et réseau de Bravais constitué par l'élément**

### c- Maille conventionnelle

La **maille conventionnelle** correspond à une portion de l'espace telle que toute translation de vecteur  $\vec{t}$  permette d'assurer le pavage de l'espace et donne le cristal en faisant ressortir sa principale symétrie



**Figure : Maille d'un réseau plan**



**Figure : Maille élémentaire d'un réseau cubique et coordonnées des nœuds**

Le **volume de la maille conventionnelle** est égal à la valeur numérique du produit vectoriel mixte :

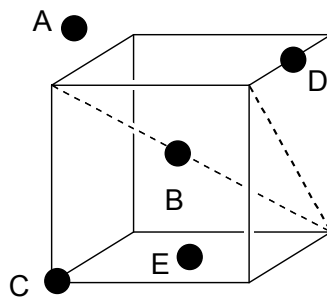
$$\mathbf{V} = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

### 3- Nombre de motifs par maille

Une maille est dite unitaire si elle ne comporte qu'un seul motif, multiple si elle en comporte plusieurs. On détermine alors le nombre Z de **motifs appartenant en propre à la maille**.

On peut faire le calcul suivant :

- un élément extérieur A à la maille compte pour 0 ;
- un élément à l'intérieur B de la maille compte pour 1 ;
- un élément au sommet C de la maille compte pour 1/8 ;
- un élément sur une arête D compte pour 1/4 ;
- un élément sur une face E compte pour 1/2.



**Figure : Positions caractéristiques d'un élément dans une maille**

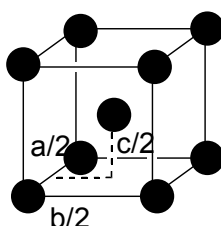
#### 4- Mailles de Bravais

##### a- Mode simple ou primitif P

Maille élémentaire cubique décrite figure 4; 1 motif.

##### b- Mode centré, de symbole I

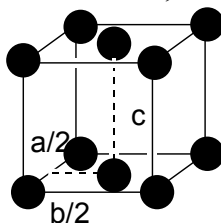
Maille élémentaire dans laquelle un motif identique à celui placé à l'origine occupe le centre de la maille; 2 motifs.



**Figure : Maille centrée I**

##### c- Mode à base centrée, de symbole S

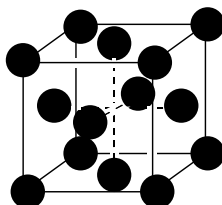
Maille élémentaire dans laquelle un motif identique à celui placé à l'origine occupe le centre d'une face. La face opposée est automatiquement centrée; 2 motifs.



**Figure : Maille à base centrée S**

##### d- Mode à faces centrées, de symbole F

Maille élémentaire dans laquelle un motif identique à celui placé à l'origine occupe le centre de toutes les faces du polyèdre; 4 motifs :



**Figure : Maille à faces centrées F**

#### 5- Autres définitions

##### a- Famille cristalline

Une **famille cristalline** est constituée par l'ensemble des matériaux ayant même structure et présentant une forte analogie des propriétés chimiques et physiques (exemples : structure NaCl, CsCl, ReO<sub>3</sub>...).

### b- Coordinence

La **coordinence d'un atome A** : nombre x de ses premiers voisins; elle se note [x].

### c- Compacité

La **compacité** : nombre sans dimension qui mesure le taux d'occupation réel de l'espace par les atomes ou les ions assimilés à des sphères. Elle est toujours comprise entre 0 et 1 :

$$C = \frac{\text{volume des } n \text{ atomes d'une maille}}{\text{volume de cette maille}} = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{4\pi}{3} R_j^3}{(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c}}$$

### d- Sites interstitiels cristallographiques

Les **sites interstitiels cristallographiques** : un réseau comporte des sites non occupés et donc vides de matière (en raison de l'empilement dans l'espace de sphères), avec parmi ceux-ci des sites interstitiels qui coïncident avec le centre des polyèdres de coordination, réguliers ou non, ayant pour sommets les centres des premiers voisins du réseau cristallin.

Une condition géométrique à vérifier est la suivante :

$$\boxed{R + r \leq d}$$

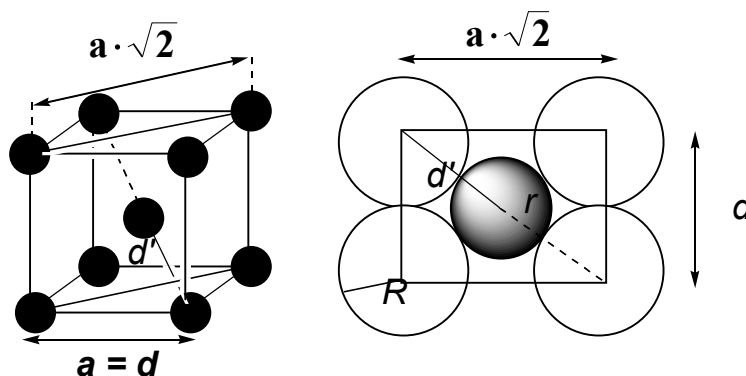
où  $R$  est le rayon des atomes sphériques tangents entre eux du réseau-hôte  
et donc distants de  $d = 2R$ ,

$r$  le rayon de l'atome sphérique introduit dans le site interstitiel  
et  $d'$  la distance entre le centre du polyèdre et l'un des sommets les plus proches.

Parmi ces sites, on trouve :

#### **i- Site cubique C**

- le polyèdre de coordination est un cube, d'arête  $a = d$ ,
- aux sommets occupés par des **sphères identiques**
- et possède une **coordinence** = [8].



$$d' = a\sqrt{3}/2 = 2R$$

$$\sqrt{3}/2 = R\sqrt{3} \quad \text{avec} \quad R + r \leq d' \quad \text{on a :}$$

$$\boxed{r/R \leq \sqrt{3} - 1 \approx 0,732}$$

#### **ii- Site octaédrique O**

- le polyèdre de coordination est un octaèdre, à 6 sommets,
- et 8 faces
- et possède une **coordinence** = [6].