



TD N°1 : Produit de deux premiers ordres

On s'intéresse à un système de fonction de transfert : $H(p) = \frac{K}{(1+t_1p)(1+t_2p)}$ avec $t_1 < t_2$

Questions :

1. Donner l'ordre et les caractéristiques de ce système.
2. Discuter de l'existence possible de résonances
3. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de ce système et comparez les à ceux du deuxième ordre correspondant.
4. Déterminer la pulsation de coupure à 0dB sur le diagramme asymptotique de Bode de ce système en fonction de ses caractéristiques.

CORRECTION

TD N°1 : Produit de deux premiers ordres

Question 1 :

$$H(p) = \frac{K}{(1+t_1 p)(1+t_2 p)} = \frac{K}{1+(t_1+t_2)p+(t_1 t_2)p^2}$$

Ce système est donc un système du deuxième ordre de gain statique K , de pulsation propre w_0 et de coefficient d'amortissement x tels que :

$$t_1 t_2 = \frac{1}{w_0^2} \text{ et } t_1 + t_2 = \frac{2x}{w_0}$$

Soit un deuxième ordre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{gain statique } K \\ \text{pulsation propre } w_0 = \frac{1}{\sqrt{t_1 t_2}} \\ \text{coefficient d'amortissement } x = \frac{(t_1 + t_2)}{2\sqrt{t_1 t_2}} \end{array} \right.$$

On peut vérifier que le résultat est homogène puisque t_1 et t_2 sont des constantes de temps donc homogènes à un temps (s)

Question 2 :

Etant donnée la forme de la fonction de transfert, on s'aperçoit immédiatement que le polynôme au dénominateur possède deux racines réelles négatives $\left(-\frac{1}{t_1} \text{ et } -\frac{1}{t_2}\right)$, ce qui n'est possible que pour des coefficients d'amortissement supérieurs à 1 (voir cours sur les réponses temporelles d'un deuxième ordre). Or le phénomène de résonance n'a lieu sur un deuxième ordre qu'avec des coefficients d'amortissement $x < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$.

Un deuxième ordre décomposable en produit de deux premiers ordres ne présente donc pas de résonance.

Question 3 :

On décompose $H(p)$ en produit de deux premiers ordre $H_1(p) = \frac{K}{1+t_1 p}$ et $H_2(p) = \frac{1}{1+t_2 p}$

Dont on connaît les diagrammes asymptotiques de Bode :